O que o seu professor de Cálculo presume que você já sabe

Existe um conjunto de conteúdos que vive no limbo entre a escola e a universidade. A escola não ensina, porque não cai no vestibular. O professor de Cálculo não ensina, porque presume que você já sabe. **Ninguém assume — e é exatamente esse material que aparece no meio das contas do curso.**

> **Antes de tudo:** esta lista é uma referência, não um diagnóstico. São os pontos que eu mais vejo faltando em quinze anos de sala de aula — mas cada aluno tem a própria combinação de lacunas, e algumas não aparecem aqui. Descobrir as suas exige uma sondagem completa e individual. Use esta lista para começar a enxergar o problema, não para encerrá-lo. A ordem abaixo não é aleatória: é a ordem em que os assuntos se sustentam uns nos outros.

1 Números reais

a base de tudo o que vem depois

- **Conjuntos numéricos, reta real e notação de intervalos.** → É a linguagem em que domínio, continuidade e os teoremas do curso são enunciados.
- **Valor absoluto.** Definição por partes, propriedades e interpretação como distância. → A definição formal de limite é escrita inteiramente em termos de módulo.
- **Potências com expoentes inteiros, negativos e fracionários.** Converter raiz em potência e voltar, com fluência. → Sem isso, a regra da potência não se aplica à maioria das funções que aparecem.
- **Produtos notáveis e fatoração elementar.** → É o que elimina indeterminações do tipo zero sobre zero.
- **Racionalização de numerador e de denominador.** → Procedimento padrão em limites que envolvem raízes.
- **Equações e inequações.** Produto, quociente, quadráticas e modulares, com estudo de sinal. → Determina domínio, intervalos de crescimento e de concavidade.
- **Geometria analítica no plano.** Distância, equação da reta, coeficiente angular, circunferência. → Coeficiente angular é a ideia que antecede a derivada; reta tangente é a leitura geométrica dela.

2 Funções reais

o objeto de estudo do cálculo

- **Definição de função, domínio e imagem.** Determinar, não decorar. → Todo enunciado começa por aqui, e erro de domínio invalida a resposta inteira.
- **Leitura e construção de gráficos.** → O curso é, em boa parte, uma investigação sobre o formato de gráficos.
- **Transformações no gráfico.** Translação, reflexão e dilatação. → Economiza trabalho no esboço de curvas e no estudo de sinal.
- **Funções afim, quadrática e modular.** → São os exemplos com que quase todo conceito novo é introduzido.
- **Funções definidas por partes.** → Terreno natural dos limites laterais e das descontinuidades.

- **Função composta.** Reconhecer que uma função é composição de outras. → A regra da cadeia é exatamente isso; quem não enxerga a composição não consegue aplicá-la.
- **Função inversa.** Condição de existência, restrição de domínio e simetria do gráfico. → É o que sustenta o logaritmo e as funções trigonométricas inversas.
- **Paridade e monotonicidade.** → Simetria simplifica cálculos e é usada em integrais definidas.

3 Polinômios

mais fundo do que a escola vai

- **Grau, operações e divisão de polinômios.** Incluindo o algoritmo da divisão. → Necessário sempre que o numerador tem grau maior ou igual ao do denominador.
- **Teorema do resto e pesquisa de raízes.** → Primeiro passo para fatorar e simplificar expressões racionais.
- **Fatoração completa e multiplicidade de raízes.** → Determina o comportamento da função perto de cada raiz.
- **Raízes complexas e fatores quadráticos irredutíveis.** Entender por que um polinômio não fatora completamente nos reais. → É o que define a forma da decomposição em frações parciais.
- **Frações parciais.** Decompor uma fração algébrica conforme os fatores do denominador. → Técnica central na integração de funções racionais.
- **Comportamento de razões de polinômios.** Comparação de graus. → Resolve limites no infinito e localiza assíntotas horizontais.

4 Exponencial e logaritmo

a base do cálculo, literalmente

- **Função exponencial: definição, gráfico e propriedades.** → Modela crescimento e decaimento em boa parte das aplicações do curso.
- **O número *e* e o logaritmo natural.** Não como "mais uma base", mas como a base em que as fórmulas ficam simples. → É a razão de a derivada da exponencial natural ser ela mesma.
- **Propriedades operatórias e mudança de base.** Produto, quociente, potência. → Usadas para simplificar antes de derivar e na derivação logarítmica.
- **Domínio e restrições do logaritmo.** → Fonte comum de erro em estudo de sinal e em integrais que resultam em logaritmo do módulo.
- **Equações e inequações exponenciais e logarítmicas.** → Aparecem em problemas aplicados e em resolução de igualdades no meio de um exercício maior.

5 Funções trigonométricas

o capítulo que mais derruba

- **Círculo unitário, radianos e arcos côngruos.** Obter valores em qualquer quadrante, sem tabela. → A medida em radianos é condição para as fórmulas de derivada valerem na forma conhecida.
- **As seis funções.** Seno, cosseno e tangente, mas também **secante, cossecante e cotangente**: definição, domínio, período e sinal. → As três últimas quase não aparecem na escola e são usadas o tempo todo em derivadas e integrais.

- **Gráficos e transformações.** Amplitude, período e defasagem. → Base para problemas de movimento periódico e para esboço de curvas.
- **Identidade pitagórica e suas derivadas.** As relações que ligam tangente a secante, e cotangente a cossecante. → São o que torna possível a substituição trigonométrica.
- **Funções trigonométricas inversas.** Arco seno, arco cosseno, arco tangente e as demais, com a restrição de domínio que as torna invertíveis. → Resultado de uma família inteira de integrais, e fonte frequente de erro quando a restrição é ignorada.

6 Trigonometria analítica

o que a escola raramente alcança

- **Soma e diferença de arcos.** → Origem de quase todas as identidades seguintes.
- **Arco duplo e arco metade.** → Sem elas, integrais de potências de seno e cosseno não se resolvem.
- **Fórmulas de redução de potência.** Escrever o quadrado do cosseno em função do arco duplo, e daí tratar potências mais altas. → É o caminho para integrar expressões como o cosseno elevado à quarta.
- **Transformação de produto em soma.** → Resolve integrais de produtos de senos e cossenos de arcos diferentes.
- **Substituição trigonométrica.** Reconhecer qual relação usar diante de cada tipo de radical. → Técnica que transforma integrais com raízes em integrais trigonométricas.
- **Equações trigonométricas.** Encontrar todas as soluções num intervalo. → Necessário para achar pontos críticos de funções periódicas.
- **Leis dos senos e dos cossenos.** → Usadas em problemas aplicados de taxas relacionadas e de otimização.

E agora, o que fazer com esta lista

Leia item por item e marque, com honestidade, aqueles em que você hesitou. Não vale “acho que sei”: vale conseguir usar numa conta, sem consultar.

Os itens marcados são o seu ponto de partida, e a ordem dos capítulos indica por onde começar — cada um se apoia no anterior. Mas repito o que disse no começo: **esta é uma referência, não um retrato completo**. A sondagem individual sempre revela coisas que uma lista geral não alcança.

> **Estudar sem diagnóstico é estudar no escuro.**

> Os seis blocos acima são os seis capítulos do **Passe em Cálculo**, nesta ordem.

Prof. Adail de Castro Cavalheiro · Doutor em Matemática
Professor do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília
Autor do curso Cálculo Essencial, da Sociedade Brasileira de Matemática
adailcavalheiro.com.br · @adailcavalheiro